**Программа итогового контроля по курсу**

**«Актуальные проблемы математики»**

**на 2024/2025 учебный год**

**Факультет** Механико-математический

**Кафедра** Математики

**Отделение**: русское

**Уровень образования** PhD

**Курс***:* 1

**Преподаватель**: С.Я. Серовайский, д.ф.-м.н., профессор

**Форма проведения итогового контроля** – Устный Экзамен: традиционный – ответы на вопросы

**Формат экзамена** - офлайн

экзамен проводится по расписанию

**Время подготовки** - определяется экзаменационной комиссией, принимающей экзамен, и сообщается обучающимся в период начала экзамена.

**Время ответа** - определяется экзаменационной комиссией, принимающей экзамен, и сообщается обучающимся в период начала экзамена.

(рекомендуемый стандарт – 20 мин. на подготовку, 10 мин. на ответ)

Экзаменационный билет содержит 3 вопроса.

**ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА**

- обучающийся должен прийти на экзамен без опоздания;

- при себе должен иметь документ, удостоверяющий личность или паспорт, а также ручку и карандаш;

- по приглашению экзаменационной комиссии обучающийся получает экзаменационный билет;

- при необходимости у обучающегося имеется возможность подготовки к ответам на вопросы экзаменационного билета;

- в случае полной готовности обучающийся может ответить на вопросы экзаменационного билета сразу;

- после принятия комиссией ответа обучающегося, он может покинуть аудиторию.

**ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА ЗАПРЕЩЕНО:**

- использование смартфонов, калькуляторов, словарей, шпаргалок, конспектов, книг, записок, либо других печатных или электронных информационных ресурсов;

- покидать аудиторию во время экзамена;

- подсказки и/или помощь посторонних людей;

- разговаривать во время экзамена.

В случае нарушения данных пунктов составляется акт и обучающийся снимается с экзамена.

В экзаменационную ведомость дисциплины выставляется оценка «F» (неудовлетворительно)

Учебные достижения обучающихся оцениваются в баллах по балльно-рейтинговой буквенной системе оценки с переводом в традиционную шкалу оценок и ECTS шкале:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Оценкапо буквенной системе | Цифровой эквивалент | Баллы (%-ное содержание) | Оценкапо традиционной системе |
| А | 4,0 | 95-100 | Отлично |
| А- | 3,67 | 90-94 |
| В+ | 3,33 | 85-89 | Хорошо |
| В | 3,0 | 80-84 |
| В- | 2,67 | 75-79 |
| С+ | 2,33 | 70-74 |
| С | 2,0 | 65-69 | Удовлетворительно |
| С- | 1,67 | 60-64 |
| D+ | 1,33 | 55-59 |
| D- | 1,0 | 50-54 |
| FX | 0,5 | 25-49 | Неудовлетворительно |
| F | 0 | 0-24 |

**Перечень тем для итогового экзамена по дисциплине**

1. Дана система химических реакций

A + 2B → С + 2D, 2D + С → В + 3D, А + 2D → 3B.

Записать математическую модель, представляющую собой систему дифференциальных уравнений относительно всех веществ, участвующих в реакциях, с соответствующими начальными условиями. Каждая из реакций характеризуется своей скоростью реакции. Указать порядок каждой из заданных реакций.

1. Дана система химических реакций

A + C → B + 2D, 2D + A → В + 3C, 2А + D → 3B.

Записать математическую модель, представляющую собой систему дифференциальных уравнений относительно всех веществ, участвующих в реакциях, с соответствующими начальными условиями. Указать порядок каждой из заданных реакций.

1. Дана система химических реакций

A + 2B → 2С + D, 2D + 3С → В + D, 2А + D → 3C.

Записать математическую модель, представляющую собой систему дифференциальных уравнений относительно всех веществ, участвующих в реакциях, с соответствующими начальными условиями. Указать порядок каждой из заданных реакций.

1. Рассматривается модель биологической ниши. Требуется подобрать параметры системы так, что первая функция состояния монотонно убывает до нуля, а вторая монотонно возрастает. Дать интерпретацию эволюции системы.
2. Для модели симбиоза подобрать конкретные значения параметров, при которых вторая функция состояния сначала возрастает, а потом убывает, а первая монотонно убывает, если это возможно. Дать интерпретацию полученных результатов или объяснить, почему это невозможно.
3. Рассматривается популяция хищников и жертв, мигрирующая по некоторой территории. Численность обоих видов в начальный момент времени и на границе области известны. Требуется дать полную математическую модель процесса, включающую в себя систему уравнений состояния с соответствующими начальными и граничными условиями.
4. Для модели симбиоза подобрать значения параметров, при которых обе функция состояния монотонно стремятся к положению равновесия, если это возможно. Дать интерпретацию полученных результатов или объяснить, почему это невозможно.
5. Для модели ниши в биологической интерпретации указать все положения равновесия и объяснить их практический смысл.
6. Рассматривается модель ниши с политической интерпретацией. Требуется подобрать параметры системы так, что первая функция состояния убывает до нуля, а вторая сначала убывает, а потом возрастает. Дать интерпретацию эволюции системы.
7. Для модели конкуренции в экономической интерпретации подобрать параметры таким образом, чтобы капитал первой фирмы сначала возрастал, а потом убывал до нуля, а капитал второй фирмы возрастал. Объяснить эволюцию системы.
8. Рассматривается модель ниши с экономической интерпретацией. Требуется подобрать параметры системы так, что первая функция состояния монотонно возрастает, а вторая монотонно убывает до нуля. Дать интерпретацию эволюции системы.
9. Для модели конкуренции в экономической интерпретации указать все положения равновесия и объяснить их практический смысл.
10. Для модели ниши в экономической интерпретации указать все положения равновесия и объяснить их практический смысл.
11. Имеются три фирмы, выпускающие один и тот же товар. Каждая из фирм может назначить два варианта цен – низкие или высокие, которые соответствуют значениям 1 и 2. Спрос на товар тем больше, чем меньше уровень цен. В частности, если все фирмы назначают низкие цены, то каждая из них продаст по 20 единиц товара. Если две фирмы назначают низкие цены, а третья – высокие, то первые две фирмы продают по 26 единиц товара, а третья фирма ничего не продает. Если одна фирма назначает низкие цены, а две остальные – высокие, то первая продаст 32 единиц продукции, а две остальные – по 4. Наконец, если все фирмы назначают высокие цены, то каждая из них продает по 12 единиц продукции. Найти исходы, соответствующие равновесию Нэша и оптимальности по Парето.
12. Имеются две фирмы, выпускающие один и тот же товар. Каждая из фирм независимо друг от друга может назначить низкие, средние и высокие цены, которые соответствуют значениям 1, 2 и 3 стоимости единицы продукции. Спрос на товар тем выше, чем ниже уровень цен. В частности, если обе фирмы назначают низкие цены, то каждая из них продаст по 13 единиц продукции, если средних, то по 8, а если высокие – то по 5. Если одна фирма назначает низкие цены, а другая – средние, то первая продаст 17 единиц продукции, а вторая – 4. Если одна фирма назначает средние цены, а другая – высокие, то первая продаст 8 единиц продукции, а вторая – четыре. Если же одна фирма назначает низкие цены, а другая – высокие, то первая продает 20 единиц продукции, а вторая – ничего. Найти равновесие Нэша и ситуацию, оптимальную по Парето.
13. Тело единичной длины при наличии внешнего источника тепла, распределенного по закону 2sinπx. Коэффициент температуропроводности равен 2. На концах тела поддерживается нулевая температура. В начальный момент времени температура всюду равна нулю. Требуется записать математическую модель процесса. Пользуясь готовой формулой (ряд Фурье относительно sinkπx/L, где L – длина тела), привести решение поставленной краевой задачи. Убедиться в том, что это действительно является решение задачи, подставив его в уравнение и краевые условия. Указать, каким образом и почему происходит изменение температуры тела со временем в различных его точках.
14. Рассматриваются две сотрудничающие фирмы, распространяющие товар по некоторой территории. Начальный объем выпускаемой продукции обеими фирмами известен. Область изолирована с обоих концов. Требуется дать полную математическую модель процесса, включающую в себя систему уравнений состояния с соответствующими начальными и граничными условиями.
15. Рассматриваются две конкурирующих фирмы, распространяющие товар по некоторой территории. Начальный объем выпускаемой продукции обеими фирмами известен. Область изолирована с обоих концов. Требуется дать полную математическую модель процесса, включающую в себя систему уравнений состояния с соответствующими начальными и граничными условиями.
16. Рассматривается прямолинейное движение тела переменной массы под действием известной переменной силы. С помощью принципа наименьшего действия получить уравнение движение. В случае постоянства силы и массы получить закон сохранения энергии с помощью первого интеграла системы.
17. Дана химическая реакция 2А+В→С в некоторой одномерной области. Начальные концентрации всех веществ известны. На левом конце области концентрации известны. Правый конец изолирован. Требуется дать полную математическую модель процесса, включающую в себя систему уравнений состояния с соответствующими начальными и граничными условиями.
18. Дано тело длины π при наличии внешнего источника тепла, распределенного по закону -cosx. Коэффициент температуропроводности равен 1. На концах тело теплоизолировано. В начальный момент времени температура всюду равна нулю. Записать математическую модель процесса. Пользуясь готовой формулой (ряд Фурье по coskx), привести решение поставленной краевой задачи. Убедиться в том, что это действительно является решение задачи, подставив его в уравнение и краевые условия. Указать, каким образом и почему происходит изменение температуры тела со временем в различных его точках.
19. Рассматривается процесс диффузии в заданной одномерной области. Начальная концентрация вещества известна. На левом конце тела задается концентрация и диффузионный поток. Информация на правом конце отсутствует. Дополнительно известна концентрация в трех фиксированных точках на некотором интервале времени. Дать полную постановку прямой и обратной задач. Свести обратную задачу к соответствующей оптимизационной задачи, приведя минимизируемый функционал с указанием его аргументов.
20. Рассматривается процесс миграции биологического вида в заданной одномерной области. Левый области изолирован, а на правом задан закон изменения плотности вида. Начальное значение плотности вида известно. Неизвестным является коэффициент переноса вида. Дополнительно известно закон изменения плотности вида в четырех внутренних точках. Дать полную постановку прямой и обратной задач. Свести обратную задачу к соответствующей оптимизационной задачи, приведя минимизируемый функционал с указанием его аргументов.

**СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. С.Я. Серовайский. Математическое моделирование. – Алматы: Қазақ университетi, 2000.
2. В.С. Зарубин. Математическое моделирование в технике. – М., Наука, 2003.
3. George Arfken and Hans Weber. Mathematical Methods for Physicists. Harcourt/Academic Press, 2000.
4. Andrei D. Polyanin and Alexander V. Manzhirov Handbook of Integral Equations. CRC Press, Boca Raton, 1998.
5. M. Krasnov, A. Kiselev, G. Makarenko, Problems and Exercises in Integral Equations, Mir Publishers, Moscow, 1971.
6. S. Serovajsky. Mathematical modeling. - London, CRC Press, 2021.
7. H. Gould, J. Tobochnik, W. Christian. An introduction to computer simulation methods: Applications to Physical Systems. – Pearson/Addison Wesley, 2006.
8. [http://www.newlibrary.ru/book/budylin\_a\_m\_/variacionnoe\_ischislenie.html](http://www.newlibrary.ru/book/budylin_a_m_/variacionnoe_ischislenie.html%20)

**ПОЛИТИКА ОЦЕНИВАНИЯ**

**БАК/МАГ/ДОК СТАНДАРТНЫЙ ЭКЗАМЕН: УСТНО**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Критерий/ балл** |  **Дескрипторы**  |
|  | **Отлично** | **Хорошо** | **Удовлетворительно** | **Неудовлетворительно** |
| **№** | **90–100% (27-30 баллов)** | **70–89% (21-26 баллов)** | **50–69% (15-20 баллов)** | **25–49% (8-14 баллов)** | **0–24% (0-7 баллов)** |
| **1 вопрос****30 баллов** | **Знание** **и понимание****теории** **и концепции****курса** | Оценка **«отлично»** выставляется за ответ, который содержит исчерпывающее раскрытие вопроса, развернутую аргументацию каждого вывода и утверждения, построен логично и последовательно, подкреплен примерами из разработанных тем аудиторных занятий. | Оценка **«хорошо** выставляется за ответ, который содержит полное, но не исчерпывающее освещение вопроса, сокращенную аргументацию основных положений, допускает нарушение логики и последовательности изложения материала. В ответе неточное употребление терминов. | Оценка **«удовлетворительно»** выставляется за ответ, который содержит неполное освещение предложенных в билете вопросов, поверхностно аргументирует основные положения, в изложении допускает нарушения логики и последовательности изложения материала, не иллюстрирует теоретические положения примерами из разработанных конспектов аудиторных занятий. | Неправильное освещение поставленных вопросов, ошибочная аргументация, фактические и речевые ошибки, допущение неверного заключения. | Незнание основных понятий, теорий …; Нарушение Правил проведения итогового контроля. |
| **2 вопрос****30 баллов** | **Применение избранной** **методики и технологии** **к конкретным** **практическим заданиям** | Полное выполнение учебного задания, развернутый, аргументированный ответ на поставленный вопрос с последующим решением практических задач курса; | Частичное выполнение учебного задания, неполный, местами аргументированный ответ на поставленный вопрос с неполным решением практических задач курса; неграмотное использование норм научного языка по курсу; | Материал излагается фрагментарно, с нарушением логической последовательности, допущены фактические и смысловые неточности, теоретические знания курса использованы поверхностно. | Нерациональный метод решения задания или недостаточно продуманный план ответа; неумение решать задания, выполнять задания в общем виде; допущение ошибок и недочетов, превосходящее норму. | Неумение применять знания, алгоритмы для решения заданий; неумение делать выводы и обобщения. Нарушение Правил проведения итогового контроля. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Критерий/ балл** | **Дескрипторы** |
|  | **Отлично** | **Хорошо** | **Удовлетворительно** | **Неудовлетворительно** |
| **№** | **90–100% (36-40 баллов)** | **70–89% (35-28 баллов)** | **50–69% (27-20 баллов)** | **25–49% (19-10 баллов)** | **0–24% (0-9 баллов)** |
| **3 вопрос****40 баллов** | **Оценивание и анализ применимости выбранной методики к предложенному практическому заданию, обоснование полученного результата** | Последовательное, логичное и правильное обоснование научных положений и примененной методики и технологии, грамотность, соблюдение норм научного языка, допускаются 1-2 неточности в изложении материала, которые не влияют на верные в целом выводы (+визуализация результатов обоснования посредством графических данных). | Допускаются 3-4 неточности в использовании понятийного материала, незначительные погрешности в обобщениях и выводах, которые не влияют на хороший общий уровень выполнения задания. | Выводы по применимости обоснованных научных положений неконкретны и неубедительны, имеются стилистические и грамматические ошибки, а также неточности в обработке результатов практического решения | Задание выполнено с грубейшими ошибками, ответы на вопросы неполные, понятийный материал и аргументация использованы слабо. | Задание не выполнено, отсутствуют ответы на поставленные вопросы, материалы и инструменты анализа не использованы. Нарушение Правил проведения итогового контроля. |

Экзаменационные билеты состоят из 3 вопросов. Для правильно выполненных заданий максимально-100 баллов, из них на первый вопрос – 30 баллов, на второй вопрос-30 баллов, на третий вопрос - 40 баллов.